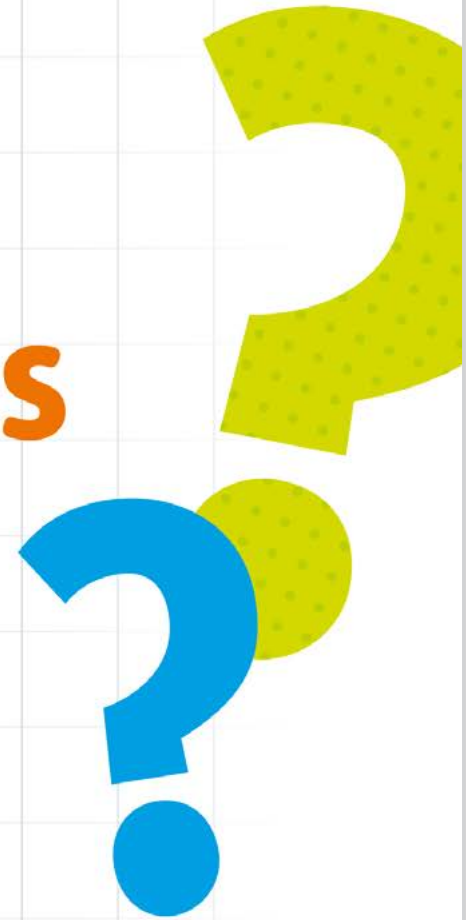
Problèmes !
nombres et calculs

CM1

Fichier ressources



Fabienne Schramm
Professeure des écoles et formatrice en ESPE

François Boule
Agrégé de mathématiques, maitre de conférences

Bruno Egron
Inspecteur de l'Éducation nationale

éditions sed

SOMMAIRES

Sommaire

- Sommaire des fiches du coffret 2
- Présentation générale 7
- Fiches enseignants 23
  - Nombres 24
  - Calculs 42
  - Sens des opérations 58
- Annexes 87
  - Tableaux de suivi individuels 88
  - Tableaux de suivi collectifs 92
  - Guide d'installation rapide du CD-Rom 104

Fiches du coffret Nombres

LES NOMBRES ENTIERS	Gammes	Problèmes
• Les nombres entiers jusqu'à 9 999 Composer, décomposer les unités de numération	1 à 20	21 à 24
• Les nombres entiers jusqu'à 9 999 Comparer, ranger, encadrer les nombres	25 à 35	36 à 39
• Les nombres entiers jusqu'à 999 999 Composer, décomposer les unités de numération	40 à 55	65 à 66
• Les nombres entiers jusqu'à 999 999 Comparer, ranger, encadrer les nombres	56 à 64	
LES FRACTIONS	**Gammes**	**Problèmes**
• Les fractions simples : demi, tiers, quart	67 à 84	85 à 90
• Les fractions décimales : dixièmes / centièmes	91 à 108	109 à 113
LES NOMBRES DÉCIMAUX	**Gammes**	**Problèmes**
• L'écriture à virgule : dixièmes / centièmes	114 à 127	156 à 159
• Comparer, ranger et encacrer des nombres décimaux	128 à 155	

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Fiches du coffret Calculs

LES NOMBRES ENTIERS – LES SOMMES	Gammes	Problèmes
Calcul en ligne : • Prendre appui sur la numération orale : 60 + 17 = 77 ; 3 000 + 52 = 3 052 • Prendre appui sur les dizaines entières : 258 + 26 = 258 + 20 + 2 + 4 • Prendre appui sur les doubles : 250 + 260 = 250 + 250 + 10 • Prendre appui sur les unités de numération : – avec conversion : 1 450 + 300 = 14 c + 5 d + 3 c = 17 c + 5 d = 1 750 – sans conversion : 380 + 70 = 38 d + 7 d = 45 d = 450 **Calcul posé :** technique traditionnelle	160 à 169	170
LES NOMBRES ENTIERS – LES DIFFÉRENCES	**Gammes**	**Problèmes**
Calcul en ligne : • Prendre appui sur la numération orale : 870 – 60 = 810 • Prendre appui sur les dizaines entières : – calcul en avançant : 543 – 538 = 538 + 2 + 3 – calcul en reculant : 354 – 26 = 354 – 20 – 6 • Réorganiser les termes de la différence pour obtenir un nombre de dizaines entières au second terme : calcul « à la russe » **Calcul posé :** technique par cassage ; technique traditionnelle	171 à 178	179
LES NOMBRES ENTIERS – LES PRODUITS	**Gammes**	**Problèmes**
Calcul en ligne : • Multiplier par décomposition : 4 × 39 = (4 × 30) + (4 × 9) • Utiliser la distributivité **Calcul posé :** technique *per gelosia* ; technique traditionnelle : • avec un nombre à un chiffre au multiplicateur • avec un nombre à deux chiffres au multiplicateur	180 à 195	196

SOMMAIRES

LES NOMBRES ENTIERS – LES QUOTIENTS	Gammes	Problèmes
Calcul en ligne : • Prendre appui sur les multiples • Prendre appui sur la numération orale : 78 : 3 = (60 : 3) + (18 : 3) • Décomposer le dividende en sommes de quotients : 86 : 2 = (80 : 2) + (6 : 2) **Calcul posé :** technique traditionnelle • Poser un quotient avec un chiffre au diviseur • Poser un quotient avec deux chiffres au diviseur	197 à 208	
LES NOMBRES DÉCIMAUX – LES SOMMES	**Gammes**	**Problèmes**
Calcul en ligne : • Décomposer les écritures à virgule en écriture fractionnaire sous la forme d'un entier et d'une fraction décimale inférieure à 1 : $0,7 + 0,6 = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} = \frac{13}{10} = 1,3$ • Passer par le nombre entier qui suit le premier terme : 1,6 + 0,7 = 1,6 + 0,4 + 0,3 = 2 + 0,3 = 2,3 **Calcul posé :** technique traditionnelle	209 à 215	216 à 218
LES NOMBRES DÉCIMAUX – LES DIFFÉRENCES	**Gammes**	**Problèmes**
Calcul en ligne : • Décomposer les écritures à virgule sous la forme de fractions • Passer par le nombre entier juste inférieur au premier terme : 1,6 − 0,9 = 1,6 − 0,6 − 0,3 = 1 − 0,3 = 0,7 **Calcul posé :** technique par cassage ; technique traditionnelle	219 à 224	225 à 227

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Fiches du coffret Sens des opérations

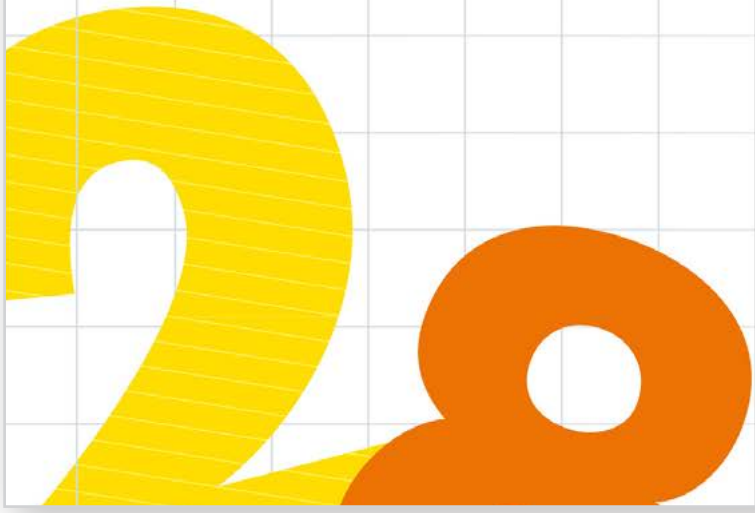
STRUCTURE ADDITIVE : ADDITION / SOUSTRACTION	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
1. Relation partie-tout Combien vaut la partie inconnue ?	228 à 235	236 à 238	
2. Transformation (1) Combien de diminution ? D'augmentation ?	239 à 243	244 à 245	
3. Comparaison (1) De plus / de moins	246 à 251	252 à 253	
4. Situation initiale Combien y avait-il au début ?	254 à 258	259 à 260	
5. Transformation (2) Deux transformations se succèdent : trouver la transformation totale	261 à 266	267 à 268	
6. Transformation (3) Deux transformations se succèdent : trouver l'une des deux transformations successives	269 à 272	273 à 274	
Festival de problèmes : Problèmes additifs : les différents sens de l'addition et de la soustraction			314 à 321

SOMMAIRES

STRUCTURE MULTIPLICATIVE : MULTIPLICATION / DIVISION	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
7. Représentation en colonnes et en lignes / Opération réitérée Situations qui rendent visible la commutativité Répétition d'additions de nombres identiques	275 à 279	280 à 281	
8. Comparaison (2) Fois plus	282 à 286	287 à 289	
9. Produit cartésien / Combinatoire Combien de menus différents ?	290 à 294	295	
Festival de problèmes : Les différents sens de la multiplication			322 à 324
10. Partages Quelle est la valeur d'une part ? **Groupements** Quel est le nombre de parts ?	296 à 300	301 à 302	
11. Proportionnalité Quelle est la valeur de plusieurs objets ?	303 à 308	309 à 313	
Festival de problèmes : Les différents sens de la division			325 à 327
Festival de problèmes : Problèmes multiplicatifs : sens de la multiplication et de la division			328 à 330
Festival de problèmes des quatre opérations			331 à 338

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Présentation générale



Présentation du coffret

1. Quel est le contenu du coffret ?

Le coffret comprend :
- **200 fiches** se répartissant en trois domaines : nombres, calculs et sens des opérations ;
- un éventail proposant les **corrigés** de tous les exercices et problèmes des fiches ;
- un **CD-Rom** permettant la projection de toutes les fiches et des corrigés (voir notice p. 104).

Le coffret est centré sur les problèmes numériques (nombres, calculs) pour offrir un maximum de problèmes variés ancrés dans la vie quotidienne, mais aussi en lien avec l'histoire, la géographie, les sciences et le sport... Ainsi, au travers des problèmes donnés, l'élève enrichit ses connaissances culturelles.

Par ailleurs, ce coffret répond à la forte demande des enseignants : construire la notion de problèmes, s'entrainer et approfondir leur résolution. Il peut être utilisé indépendamment de toute méthode de mathématiques et couvre tous les nouveaux programmes de ces trois parties.

Pour l'enseignant

- Présentation didactique des domaines nombres, calculs et du sens des opérations ;
- Des fiches pédagogiques pour comprendre les enjeux d'apprentissages.

Pour les élèves

Ⓐ La partie Nombres

- **gammes d'exercices** pour renforcer, entrainer et automatiser les connaissances travaillées.
- **problèmes** pour réinvestir ses connaissances sur les nombres, ils ciblent les aspects positionnel et décimal (voir p. 12).

Ⓑ La partie Calculs

- **gammes d'exercices** et **problèmes** ciblés sur le calcul en ligne ou posé en utilisant les propriétés des nombres pour développer ainsi des stratégies de calcul selon les nombres mis en jeu (voir p. 12).

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

C La partie Sens des opérations

– **problèmes variés** relevant de structures (additives, multiplicatives) et de stratégies de résolution différentes, gradués en difficulté : niveaux 1, 2 et 3 (voir p. 14).

2. Quand utiliser les fiches du coffret ?

L'utilisation du coffret est souple et multiple. On peut l'investir :
- selon les intentions : découverte, entrainement, approfondissement, consolidation, remédiation ;
- selon la progression envisagée : utilisation à tout moment de l'année. La démarche du coffret n'est pas linéaire ; les problèmes peuvent être abordés selon la progression choisie par l'enseignant(e).

Ce coffret se différencie de l'utilisation de manuels parce qu'il permet à l'enseignant d'individualiser le travail de chacun et aux élèves de progresser à leur rythme grâce aux nombreux exercices et problèmes gradués en difficulté.

3. Comment utiliser les fiches du coffret ?

Selon le mode de travail choisi par l'enseignant, ces fiches s'utilisent en collectif, en groupe, en individuel, en autonomie guidée ou non par l'enseignant.

Dans le cadre d'une utilisation en autonomie, l'élève prend une fiche du coffret, répond aux exercices, résout les problèmes donnés sur son cahier ou autres, et peut ensuite s'auto-corriger grâce à l'éventail des corrigés.

La résolution de problèmes

1. Qu'est-ce qu'un problème ? Quelle est sa fonction ?

« Un problème est une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il y a problème dans un rapport sujet/situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. »[1]

1. J. Brun, *Math-École*, n° 141.

Les problèmes peuvent être numériques (calculs) ou non numériques (géométrie, logique) avec un minimum de texte ou encore sans texte (dessin, schéma...).
Ainsi, des situations comme : trouver les chiffres cachés d'une somme posée en colonnes, construire une figure géométrique, organiser des données dans un tableau, faire le portrait d'un nombre, d'une figure plane, compléter un fubuki[2], ranger une série d'objets du plus lourd au plus léger... sont autant de situations-problèmes.
Les problèmes ne se limitent pas seulement à des énoncés de textes écrits.

En ce sens, les fonctions de la résolution de problèmes varient selon les objectifs visés : des problèmes pour apprendre (en amont et/ou en aval des séances mathématiques) ou des problèmes pour chercher, autrement dit pour développer des stratégies.
Ces problèmes nécessitent pour l'élève la construction de la représentation du problème, un cheminement permettant de coordonner simultanément ses connaissances mathématiques et ses procédures pour parvenir à une solution.
Résoudre des problèmes, c'est tâtonner, essayer, se tromper, ajuster, poursuivre.
La résolution de problèmes joue un rôle central dans les apprentissages, elle contribue au développement de l'intelligence.

2. Comment optimiser la résolution de problèmes en nombres et en calculs ?

La résolution de problème mathématique impose **un raisonnement systématique** sur la structure du problème, les connaissances sur les nombres et les connaissances en calcul.

Ce raisonnement est indispensable à la construction des savoirs sous peine de voir l'élève apprendre mécaniquement et perdre le sens de ses apprentissages.

La fréquence de la résolution de problèmes

C'est en étant confronté régulièrement à des problèmes que l'élève apprend à en résoudre, qu'il peut développer des stratégies et prendre gout à en chercher. C'est grâce à eux que l'élève développe ses capacités à chercher, raisonner, expliquer, abstraire, que des liens se tissent peu à peu et s'établissent comme ébauches de méthodes.
Rien ne semble remplacer l'expérience : pour savoir résoudre des problèmes, il faut chercher et résoudre beaucoup de problèmes.

2. Grille de jeu dont le but est d'obtenir les résultats indiqués dans chaque carré en faisant la somme des nombres situés dans les cercles de chaque ligne et chaque colonne.

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Les aides à la résolution de problèmes

A La multiprésentation

Jean Julo, psychologue cognitiviste, a mené des recherches pour analyser les difficultés des élèves en résolution de problèmes. Il remarque, entre autres, que selon la représentation que les élèves se font du problème, ils réussissent ou non à raisonner correctement. Julo dégage « **trois défauts de l'activité de représentation : instabilité des points de vue** (on voit l'élève changer brutalement d'idée et de point de vue sans que rien ne justifie ce changement), **incohérence des éléments pris en compte** (l'élève retient des informations dont il n'a pas besoin par rapport au but qui lui est proposé, en particulier des indices non pertinents, et en ignore d'autres qui sont essentiels) et **insensibilités aux contradictions** (absence apparente de contrôle de la démarche et de remise en cause des idées). »[3]

Les actions didactiques mise en place pour lutter contre ces dysfonctionnements ont montré « quelques résultats qui paraissent significatifs et encourageants », ce que Jean Julo nomme : « la multiprésentation ».[4]
Aussi, nous proposons, dans le cadre des **problèmes de niveau 1**, simultanément deux énoncés relevant d'une **même structure et de mêmes valeurs numériques avec un contexte sémantique différent** : un énoncé insiste sur des **quantités**, l'autre sur des **grandeurs** pour permettre à l'élève « d'être en présence d'un contexte sémantique qui lui convient, c'est-à-dire qu'il comprend mieux ou qui le motive plus » et s'approprier progressivement la structure travaillée.

En un premier temps, l'élève choisit l'un des deux problèmes, puis est invité à résoudre tous les problèmes donnés dans l'ordre de son choix.

B Les représentations schématiques

Proposer des aides variées (schémas divers[5], tableaux, graphiques, etc.) peut s'avérer efficace dès lors qu'elles n'enferment pas « l'élève dans une approche du problème qui ne serait pas compatible avec la représentation qu'il avait commencé à se construire »[6] et de les considérer comme des outils méthodologiques et transitoires.

3. J. Julo, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, p. 123-127, Presses Universitaires de Rennes.
4. J. Julo, p. 136 *(ibid).*
5. G. Vergnaud, *L'enfant, la mathématique et la réalité*, collection « Exploration Recherches en sciences de l'éducation », Peter Lang.
6. J. Julo *(ibid).*

Ces aides permettent de traduire le langage quotidien en langage mathématique et modéliser ainsi la situation donnée.

La question dans l'énoncé

Michel Fayol a démontré que « le placement en tête de la question entraine une amélioration systématique des scores, et cela à tout âge et pour tous les types de problèmes.»[7]

Nous le retenons pour les énoncés, en proposant également la question en fin d'énoncé, afin de ne pas stéréotyper la forme des problèmes et freiner les capacités d'adaptation et de transfert.

3. Les types de problèmes

En appui sur les travaux de G. Vergnaud, nous proposons des **problèmes variés** relevant des structures : additive, multiplicative et **de niveaux différents** mobilisant des stratégies de résolution différentes en mettant l'accent sur les concepts cachés pour les rendre explicites et sur des stratégies de calcul en appui sur les propriétés des nombres. Cette variété permet de **construire le sens des quatre opérations**.

Les problèmes sont ancrés dans **la vie courante**, ils permettent d'établir des liens entre le monde qui nous entoure et les mathématiques.
Ils sont gradués en difficulté : **niveaux 1, 2 et 3**.

Niveau 1

Ces problèmes à **une étape** travaillent **une même structure**. Ils sont courts, facilement compréhensibles et utilisent des valeurs numériques relativement simples (deux puis trois chiffres). Ces paramètres aident à centrer l'élève sur la structure et les concepts cachés du problème sans être bloqué par ses connaissances sur les nombres ou des calculs complexes.

Les premiers problèmes de ce niveau sont présentés sous la forme d'une **multiprésentation**, ils bénéficient d'aides mathématiques variées (schémas divers, tableaux, graphiques, etc.) qui peuvent faciliter l'entrée dans la résolution, c'est un *coup de pouce* .

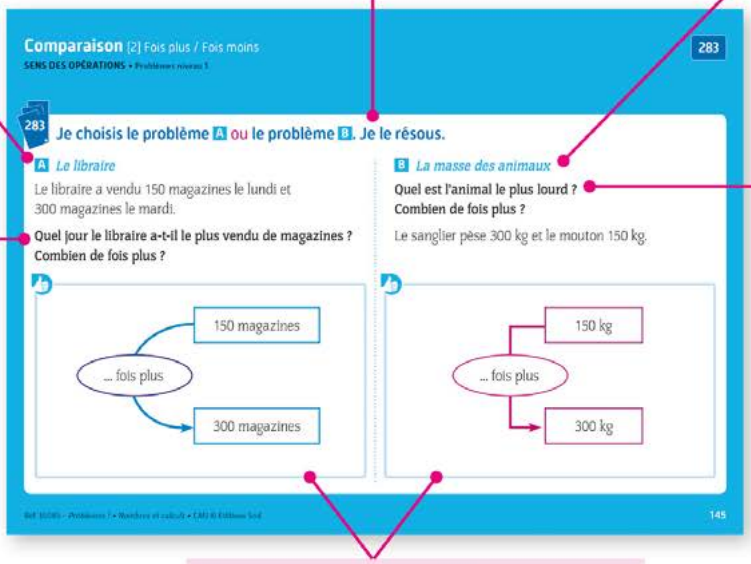
7. M. Fayol, *L'Enfant et le nombre*, p. 174, Delachaux et Niestlé.

Exemple de fiche de problèmes niveau 1 (même structure, connaissances en nombres et calculs peu complexes)

Choix d'**un problème** : quantités **ou** grandeurs ?

A. Les quantités

B. Les grandeurs

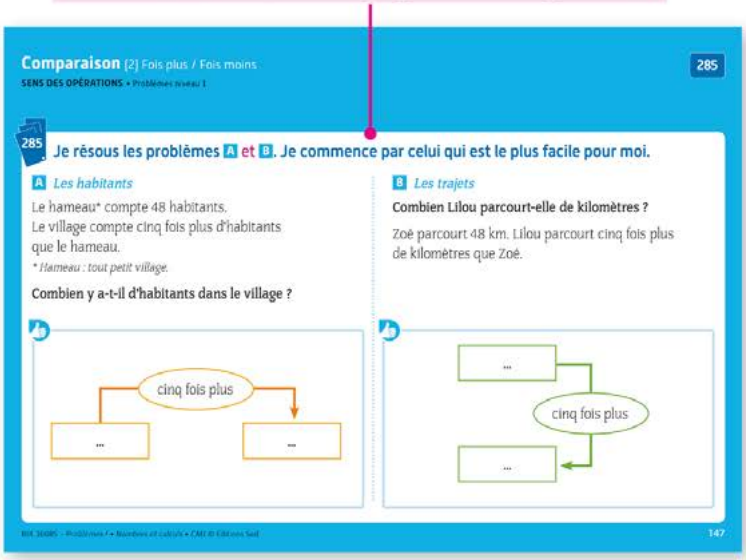


Question en fin d'énoncé

Question en début d'énoncé

Des schémas pour modéliser la situation

Résoudre les **deux problèmes** : grandeurs **et** quantités.



On augmente l'abstraction : maintenant l'élève résout **tous les problèmes** sans coup de pouce. Ces fiches clôturent les problèmes de niveau 1. C'est une transition vers les problèmes de niveau 2.

Comparaison (2) Fois plus / Fois moins 286

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 1

286 **Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.**

A *La croissance*

Tom a grandi combien de fois plus entre sa naissance et ses 12 ans ?

Tom mesurait 50 cm à la naissance.
À 12 ans, il mesure 150 cm.

B *Le cocktail de jus de fruits*

Les animateurs ont préparé un cocktail de jus de fruits avec 60 cL de jus d'ananas et 180 cL de jus d'orange.

Combien de fois plus de jus d'orange y a-t-il ?

C *Le bonsaï**

Le chêne bonsaï mesure 50 cm de haut.
Dans la nature, le chêne est quarante fois plus haut.

* *Arbre dont la petite taille est obtenue artificiellement par l'homme.*

Quelle est la hauteur du chêne dans la nature ?

bonsaï — chêne dans la nature

D *Les durées*

Le reportage dure 30 min. Le film dure le double.

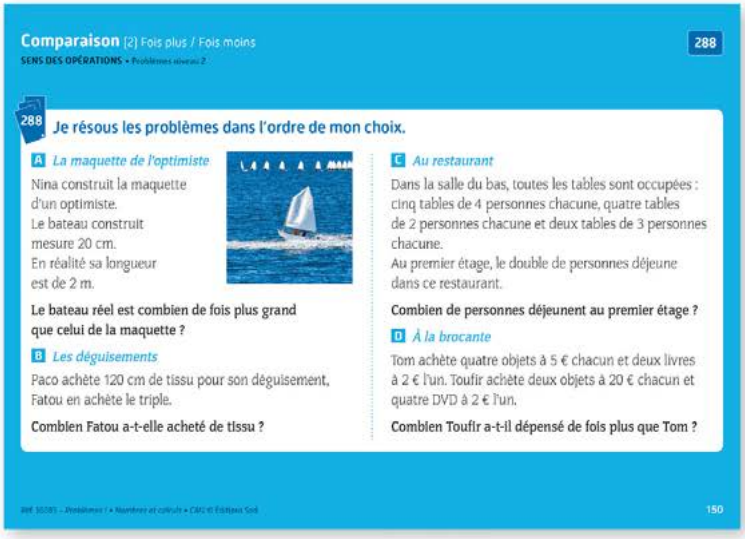
Quelle est la durée du film ?

Réf. 16085 – Problèmes ! • Nombres et calculs • CM1 © Éditions Sed 148

Niveau 2

L'élève réinvestit ses savoirs travaillés en niveau 1 sur des problèmes souvent à **plusieurs étapes** et qui mobilisent **une même structure**, des **connaissances plus complexes** tant sur les nombres que sur le calcul.

Exemple de fiche de problèmes niveau 2 (même structure, connaissances en nombres et calculs plus complexes)



Comparaison (2) Fois plus / Fois moins 288

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 2

288 **Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.**

A *La maquette de l'optimiste*

Nina construit la maquette d'un optimiste.
Le bateau construit mesure 20 cm.
En réalité sa longueur est de 2 m.

Le bateau réel est combien de fois plus grand que celui de la maquette ?

B *Les déguisements*

Paco achète 120 cm de tissu pour son déguisement, Fatou en achète le triple.

Combien Fatou a-t-elle acheté de tissu ?

C *Au restaurant*

Dans la salle du bas, toutes les tables sont occupées : cinq tables de 4 personnes chacune, quatre tables de 2 personnes chacune et deux tables de 3 personnes chacune.
Au premier étage, le double de personnes déjeune dans ce restaurant.

Combien de personnes déjeunent au premier étage ?

D *À la brocante*

Tom achète quatre objets à 5 € chacun et deux livres à 2 € l'un. Toufir achète deux objets à 20 € chacun et quatre DVD à 2 € l'un.

Combien Toufir a-t-il dépensé de fois plus que Tom ?

Réf. 16085 – Problèmes ! • Nombres et calculs • CM1 © Éditions Sed 150

Niveau 3

L'élève transfère ses savoirs : structures, nombres et calculs variés. Ces problèmes mobilisent **différentes structures** au sein d'une même fiche. C'est un festival de problèmes. Les premiers problèmes portent sur un même thème et mettent parfois en jeu les mêmes valeurs numériques, c'est une mise en route pour le *festival de problèmes.*

Exemple de problèmes niveau 3 (structures différentes, connaissances en nombres et calculs plus complexes)

Festival de problèmes (1) 314

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 3

314 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Le plateau de fruits de mer*

Quelle est la masse du 1/2* tourteau cuit ?

Bob prépare un plateau de fruits de mer avec 530 g de crustacés :
130 g de langoustines,
50 g de crevettes bouquet,
un 1/2 tourteau cuit et 100 g d'étrilles.

*1/2 : se lit demi.

B *Les crustacés sortis*

Bob a 530 g de crustacés dans son réfrigérateur.
Il sort des crustacés du réfrigérateur.
Il a encore 280 g de crustacés dans le réfrigérateur.

Quelle est la masse de crustacés sortie ?

C *Les crustacés*

Quelle était la masse de crustacés dans le réfrigérateur au début ?

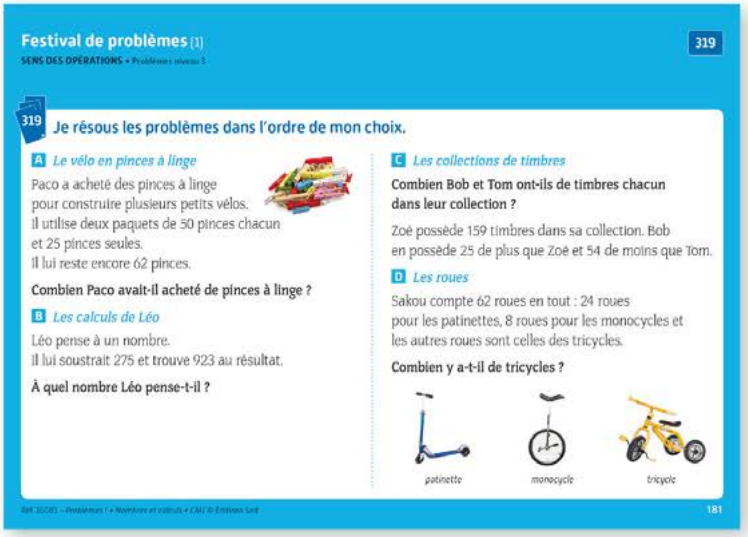
Bob a des crustacés dans son réfrigérateur.
Il sort 280 g de crustacés du réfrigérateur.
Il a encore 250 g de crustacés dans son réfrigérateur.

D *Les crustacés au frais*

Bob a des crustacés dans son réfrigérateur.
Il met encore au frais 280 g de crustacés.
Il a maintenant 530 g de crustacés dans son réfrigérateur.

Quelle était la masse de crustacés dans le réfrigérateur au début ?

Réf. 16085 – Problèmes ! • Nombres et calculs • CM1 © Éditions Sed 176



Festival de problèmes (1) 319

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 3

319 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Le vélo en pinces à linge*

Paco a acheté des pinces à linge pour construire plusieurs petits vélos.
Il utilise deux paquets de 50 pinces chacun et 25 pinces seules.
Il lui reste encore 62 pinces.

Combien Paco avait-il acheté de pinces à linge ?

B *Les calculs de Léo*

Léo pense à un nombre.
Il lui soustrait 275 et trouve 923 au résultat.

À quel nombre Léo pense-t-il ?

C *Les collections de timbres*

Combien Bob et Tom ont-ils de timbres chacun dans leur collection ?

Zoé possède 159 timbres dans sa collection. Bob en possède 25 de plus que Zoé et 54 de moins que Tom.

D *Les roues*

Sakou compte 62 roues en tout : 24 roues pour les patinettes, 8 roues pour les monocycles et les autres roues sont celles des tricycles.

Combien y a-t-il de tricycles ?

patinette monocycle tricycle

Réf. 16085 – Problèmes ! • Nombres et calculs • CM1 © Éditions Sed 181

La **multiprésentation** permet à l'élève de s'approprier progressivement la structure d'un problème.

Les **aides à la représentation du problème** doivent permettre d'amorcer l'activité, première étape dans la résolution du problème.

Ainsi, **l'élève construit progressivement une « mémoire » des problèmes**.

Éléments didactiques en nombres et en calculs

1. Les nombres entiers

Les élèves consolident leurs connaissances en connectant **différentes images mentales du nombre** afin d'approfondir leur compréhension des nombres et leurs procédures.

Ne perdons pas de vue que si nous voulons que les élèves transfèrent leurs connaissances et donnent un **sens aux nombres** (sans y voir uniquement un simple alignement de chiffres) pour établir des liens entre système métrique et système de numération, ordonner les nombres, estimer un résultat, effectuer des calculs de manière réfléchie, donner un sens aux retenues dans les techniques de calculs posés, comprendre les nombres décimaux, il est fondamental qu'ils comprennent l'organisation de notre numération.

Mieux prendre en compte l'aspect positionnel (place du chiffre dans le nombre) **et décimal de la numération** (les relations entre les unités) pour le transposer dans le système métrique, pour raisonner et opérer en choisissant des stratégies judicieuses selon les nombres mis en jeu.

2. Les fractions simples

En CM1, les élèves découvrent de nouveaux nombres : **les fractions** (nombres exprimés sous la forme $\frac{a}{b}$ où b est différent de zéro).

Les chercheurs s'accordent à dire que l'un des facteurs prédominants de la complexité de l'apprentissage des fractions réside dans le fait que les écritures fractionnaires portent **plusieurs significations** :

- **Le fractionnement :** combinaison des opérations de partage et de prélèvement : action de briser en petites parties et de prélever *n* parties.
- **Le rapport :** relation entre deux grandeurs de même nature comparées l'une avec l'autre. Il s'exprime par un nombre entier ou fractionnaire.

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

On l'utilise dans le cadre de la mesure (1 mm = 1/1 000 m), pour exprimer une quantité comparée à une quantité totale comme le nombre d'élèves qui déjeunent à la cantine : 3 élèves sur 4 déjeunent à la cantine (3/4), le nombre de cubes rouges au sein d'une collection de cubes : 6 cubes sur 8 sont rouges (6/8), pour établir une comparaison entre deux grandeurs comme sur l'échelle d'une carte, d'un plan (1/10), entre deux longueurs (avant/après agrandissement), etc.
Le terme « proportion » recouvre généralement le même sens que « rapport » lorsqu'on parle, par exemple dans les Beaux-Arts, de proportions harmonieuses : la proportion hauteur/largeur d'un bâtiment ; il s'agit du rapport de deux mêmes grandeurs (longueurs).

● **Le quotient :** on définit une grandeur-quotient par le rapport de deux grandeurs différentes comme un débit (5 L / s), une vitesse (50 km / h).

Quelles sont les erreurs des élèves ?

Les erreurs des élèves, identifiées grâce aux évaluations nationales et aux travaux de recherche, permettent de mieux connaitre leurs représentations construites autour de la notion de fraction. Par exemple :
- considérer (implicitement) qu'une fraction ne peut-être qu'inférieure à 1 (la fraction est une partie alors elle est conçue plus petite qu'un tout perçu comme plus grand), d'où la difficulté à concevoir les fractions supérieures à 1 ;
- confondre le numérateur (nombre placé au-dessus du trait de fraction) et le dénominateur (nombre placé en-dessous du trait de fraction) ;
- placer avec difficulté une fraction sur une droite graduée ;
- ne pas établir de lien entre $\frac{32}{10}$ et 32 : 10 ;
- ne pas considérer la fraction comme un nombre mais comme une paire de nombres entiers : opérer $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ parce que 2 + 2 = 4.

Quels sens étudier ?

Pour surmonter les différents obstacles, cités précédemment, liés aux connaissances sur les nombres entiers, les fractions doivent apparaitre comme de nouveaux nombres (avec leurs propriétés et leur fonctionnement propres à eux), utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante.

En CM1, nous retiendrons deux des sens du fractionnement.
Comme cela a été dit plus haut, une conception assez résistante et restreinte

de la notion de fraction chez un certain nombre d'élèves consiste à considérer (implicitement) qu'une fraction est inférieure à l'unité (1). Il importe donc de ne pas limiter **le fractionnement sur une seule unité** mais **également sur un tout composé de plusieurs unités**.
Ces deux sens sont volontairement **étudiés en même temps** afin de faciliter leur équivalence et associer fraction et représentation numérique. Par exemple : $\frac{4}{3}$, c'est 4 divisé en 3 et c'est également 4 fois un tiers. Nous renvoyons à la fiche enseignant p.32 (Les fractions simples).

Les élèves approchent progressivement le concept de fraction au travers de situations de fractionnement diversifiées dans des contextes de partage (partage d'une grandeur en parts d'égale grandeur et du prélèvement d'un certain nombre de parts), et de codage de mesures. Il est important de ne pas limiter le fractionnement à l'exemple de tartes ou de formes rondes mais de varier les situations pour varier les stratégies, construire et rendre plus pertinent le concept de fraction, et se rapprocher rapidement du repérage sur un axe gradué.

La lecture (au sens large du terme) de fractions se révèle complexe et représente une réelle difficulté pour les élèves. En effet, cette lecture est plurielle : d'une part, l'élève doit interpréter le trait de fraction (résultat d'une opération : la division) et d'autre part attribuer un sens à chacun des « termes » de ce nombre (numérateur et dénominateur). Ils doivent également comprendre que le numérateur et le dénominateur ne représentent qu'un seul nombre alors qu'ils en voient deux, contrairement aux nombres entiers qui ont une lecture plus restreinte :
- le trait de fraction désigne la division, il traduit, en langage mathématique, la prise de décision, l'action pour résoudre la situation donnée ;
- le **dénominateur nomme** en combien de parties égales le tout est divisé. Par exemple : $\frac{2}{5}$ d'un tout est divisé en 5 parties égales ; $\frac{4}{3}$ d'un tout est divisé en 3 parties égales ;
- le **numérateur énumère** pour indiquer le nombre de parties qui sont prises en compte. Par exemple : $\frac{2}{5}$, on prélève 2 parties d'un tout divisé en 5 parties égales.
Pour mémoire, l'oralisation d'une fraction commence d'abord par le numérateur et ensuite par le dénominateur (demi, tiers ou quart auquel on ajoute la terminaison *-ième* ; pour les dénominateurs > 4 : $\frac{4}{3}$ se lit *quatre tiers*, $\frac{2}{5}$ se lit *deux cinquièmes*.)

Les relations partie/tout sont un concept clé pour la construction des deux sens de fractionnements.

La construction du concept de fractions s'élabore dans le temps au travers de multiples mises en situation de fractionnements en réfléchissant sur les actions et aux

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

résultats. Commencer à conceptualiser les fractions, c'est s'approprier l'équivalence entre ces deux sens du fractionnement ($\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$).
« Les fractions acquièrent par étapes le statut de nombres. Elles ne l'atteignent pleinement que lorsqu'on peut les additionner, les soustraire, les multiplier, etc. »[8].

3. Les nombres décimaux

Les élèves continuent de découvrir de nouveaux nombres : **les nombres décimaux**.
De nombreux travaux de recherches mettent en lumière qu'**un certain nombre d'élèves ont une conception instable de ces nombres à l'entrée au collège** pour les lire, les écrire, les comparer, les intercaler et opérer avec eux. Ces élèves les considèrent comme deux entiers naturels séparés par une virgule et leur appliquent ainsi des procédures propres aux nombres naturels. Cette conception n'est pas «seulement le reflet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard [..] ; mais l'effet d'une connaissance antérieure qui avait son intérêt, ses succès, mais qui maintenant se révèle fausse ou simplement inadaptée.»[9]. **La rupture essentielle avec les entiers naturels est un obstacle majeur à surmonter** puisque l'étude de ces nouveaux nombres intervient après plusieurs années de travail sur la construction des nombres entiers.

Quelles sont les erreurs des élèves ?

Tout comme pour les fractions, les erreurs des élèves, identifiées grâce aux évaluations nationales et aux travaux de recherche, permettent de mieux connaitre leurs représentations construites autour de la notion des nombres décimaux. Par exemple, pour **les erreurs relatives à la signification des chiffres dans le nombre** :
- ne pas percevoir la différence entre 6,03 et 6,3 ;
- établir une équivalence entre $\frac{3}{10}$ et 3,10 : le trait de fraction est remplacée par la virgule ;
- confondre les dixièmes / les dizaines, les centièmes / les centaines ;
- considérer que, dans le nombre 18,32, le chiffre 2 représente celui des dixièmes ;
- considérer qu'il n'y a pas rien entre 0 et 1.

8. N. Rouche, *Pourquoi ont-ils inventés les fractions ?*, L'esprit des sciences, Ellipses, p. 4, 1998.
9. G. Brousseau.

Ces erreurs signent que les connaissances des nombres entiers sont très prégnantes, elles sont constitutives de la structure même des nombres décimaux.

En revanche, si ces erreurs persistent, **elles retentiront sur l'ordre des nombres et le calcul** :
- ne pas tenir compte du changement d'unités pour constituer une suite de nombres de dixièmes en dixièmes : 3,9 ; 3,10 ; 3,11 ; 3,12 ; etc ;
- considérer que tout nombre possède un seul successeur/prédécesseur : le successeur de 7,8 est 7,9 ;
- considérer que le nombre qui a le plus de chiffres est le plus grand : 1,111 est plus grand que 11 ;
- comparer les parties décimales en utilisant les règles de comparaison des entiers : 25,32 … 25,302 → 32 < 302 alors 25,32 < 25,302 ;
- reconnaitre 0,1 comme le plus petit des nombres ;
- considérer que l'on ne peut pas intercaler de nombres entre 51,2 et 51,3 ;
- opérer sur les termes comme si c'était deux entiers naturels séparés par une virgule : 5,29 – 3,5 → 5 – 3 = 2 et 29 – 5 = 24 alors 5,29 – 3,5 → 2,29.

Quelles sont les étapes de l'apprentissage ?

Au vu de ces réels obstacles, nombre de didacticiens retiennent qu'il est très fortement recommandé de ne pas introduire les décimaux à partir de mesures de grandeurs afin d'éviter que les élèves ne perçoivent ces nombres comme une autre organisation des mesures entières comme par exemple : 1,54 m, c'est 154 centimètres ou 1,54 €, c'est 154 centimes, favorisant par là-même l'idée qu'ils seraient constitués de deux parties traitées comme des nombres entiers. Entre autres, l'intercalation de nombres décimaux ne peut ainsi prendre sens (pas de nombres entre 1,54 et 1,55). Or, entre deux décimaux, on peut toujours en intercaler un autre (comme 1,541), l'idée de fractionnement disparait alors.

1. Ces nouveaux nombres sont **introduits à partir de la notion de fraction décimale**, approche en lien avec l'histoire des nombres fractionnaires. Nous renvoyons à la fiche enseignant p. 36 (Les fractions décimales).

2. Les élèves découvrent ensuite qu'**une fraction décimale se code par une autre écriture avec une virgule** : le nombre décimal.
L'écriture à virgule est un code économique de notation du nombre mais il masque sa véritable signification. Aussi, pour faciliter sa compréhension, mieux vaut éviter, d'une

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

part, d'utiliser l'expression « virgule » qui ne revêt aucune signification mathématique pour l'élève mais préférer la conjonction de coordination « et » et d'autre part, établir le lien avec les fractions décimales : 8,2 doit se lire « huit unités et deux dixièmes » et non « huit virgule deux ». Nous renvoyons aux fiches enseignant p. 38 à 41 (L'écriture à virgule ; Comparaison de nombres décimaux).

L'approche des nombres décimaux par les fractions décimales permet de donner du sens à l'écriture à virgule sans y voir uniquement un simple alignement de chiffres ou un accolement de deux nombres entiers pour raisonner et calculer en résolution de problèmes.

4. Calculs

Calcul mental / calcul en ligne

En calcul mental, il convient de distinguer ce que les élèves doivent **mémoriser** ou **automatiser** (le répertoire additif, quelques doubles, le calcul sur les dizaines entières et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure, les tables de multiplication) et ce que les élèves doivent être capables de **reconstruire pour calculer**.

Les élèves ont souvent tendance à calculer mentalement en appliquant des algorithmes de calcul écrit. Cette stratégie provient très certainement d'un déficit de connaissances du répertoire additif et/ou multiplicatif dont les résultats ne sont pas encore automatisés. L'apprentissage des techniques écrites se trouve alors fragilisé.

Le calcul mental permet de mettre en place des moyens efficaces de calculer en l'absence de supports ou d'instruments. Il opère sur les nombres et permet d'enraciner l'ordre de grandeur, le sens des opérations et leurs propriétés. Son seul principe est donc de *ne pas poser* l'opération, ce qui n'empêche pas d'écrire par exemple un résultat intermédiaire, pour soulager la mémoire. **Le calcul mental ne signifie pas que l'on doit s'abstenir d'écrire**. La capacité à donner rapidement des résultats est un gage d'efficacité pour calculer une somme, une différence, un complément, un produit ou un quotient.

Le calcul mental permet aussi de traiter (mentalement ou non) des calculs additifs ou soustractifs, multiplicatifs ou de division en s'appuyant sur des résultats du répertoire additif ou multiplicatif, en utilisant les organisations des nombres et les propriétés des opérations mises en jeu. Il consiste à **élaborer des stratégies variées adaptées aux calculs proposés et sollicite le raisonnement**. Le calcul est rendu plus simple, les

élèves procèdent étape par étape en s'appuyant sur leurs connaissances, ils utilisent différents points d'appui (les doubles, le passage par les dizaines supérieures...), certaines propriétés des opérations, en particulier la commutativité et la distributivité. Les élèves réfléchissent avant de donner une réponse, ces calculs relèvent du calcul mental réfléchi, la rapidité n'est pas une exigence prioritaire.

Calcul posé

Le calcul posé est clairement associé à l'organisation des nombres mis en jeu. En effet, sa compréhension repose sur celle du principe fondamental de notre système de numération et la rapidité de son exécution sur la connaissance préalable des répertoires additif, multiplicatif.

Ce calcul est orienté vers la compréhension d'un algorithme et ne se limite pas à l'apprentissage de récitatifs. Comme pour le calcul mental/en lignes le choix a été fait de travailler différentes techniques opératoires pour permettre à chaque élève d'en prendre connaissance et de les comprendre.

Ces différentes stratégies de calcul ne sont pas à opposer, car toutes permettent de résoudre les mêmes types de problèmes. L'accent est mis sur la richesse des procédures pour permettre à chaque élève d'effectuer son choix en fonction de ses connaissances disponibles au moment du calcul à effectuer.

Réf. F16085 - *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Les fractions simples : demi, tiers, quart

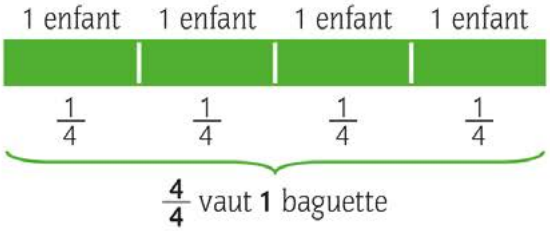
Objectifs

- Découvrir deux des sens des fractions :
  – Partager une unité en parties égales.
  – Partager un tout composé de plusieurs unités en parties égales.
- Utiliser les termes : demi, tiers, quart et leur écriture fractionnaire associée : $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$.
- Établir des égalités entre des fractions simples : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}$; $2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}$; etc.
- Comparer des fractions avec 1.
- Décomposer une fraction sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.

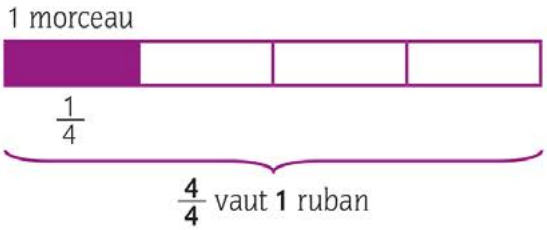
• *Exemples de problèmes*

Partage d'une unité en parties égales

A On partage 1 baguette de pain entre 4 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?



A' Zoé souhaite couper un quart du ruban.
Je colorie le morceau de ruban de Zoé.



L'opération consiste alors à **fractionner** la baguette ou le ruban en 4 parts égales.

Partage d'un tout composé de plusieurs unités en parties égales

B On partage 4 tartelettes entre 3 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?

Stratégie 1 : partager chaque unité du tout, soit chaque tartelette **en parts égales**. L'opération consiste alors à **fractionner chaque tartelette** en 3 parts égales et à renouveler l'opération 4 fois puisqu'il y a 4 tartelettes.

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

• **L'histoire en action :**

– Avant le partage :

– On effectue le partage : tartelette par tartelette.

– Part de chacun :

• **L'histoire en français :** *Je partage chaque tartelette entre 3 enfants, chacun reçoit 4 fois un morceau de tartelette. J'ai donc partagé chaque tartelette en 3 parts égales.*

• **L'histoire en mathématiques :** $\frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$.

Le nombre de tartelettes → $\frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$
Le nombre d'enfants →

La part de chacun : le résultat du partage

Stratégie 2 : distribuer d'abord les tartelettes entières, puis **fractionner le reste** en 3 parts égales, soit fractionner la quatrième tartelette en 3.

• **L'histoire en action :**

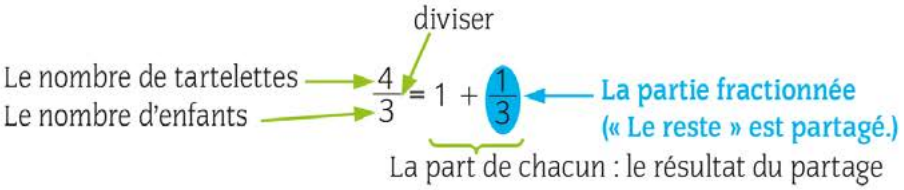
– Avant le partage :

– On effectue le partage : tartelette par tartelette.

– Part de chacun :

• **L'histoire en français :** *Je partage 4 tartelettes entre 3 enfants, chacun reçoit une tartelette entière et encore un morceau de tartelette que je partage en 3 parts égales.*

• **L'histoire en mathématiques :** $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.



• *Ce que l'élève doit comprendre*

Comprendre qu'une fraction est un nombre, il mesure une quantité.

Comprendre qu'un tout peut-être constitué d'une seule unité (1 baguette) **ou de plusieurs unités** (4 tartelettes)**.**

Comprendre la relation partie-tout : un tout (baguette / tartelettes) partagé en parties égales (en 4, en 3).

Combiner les opérations de partage et de prélèvements : action de briser en petites parties égales et de prélever *n* parties.

Comprendre que l'on peut fractionner une unité (baguette) **mais aussi un tout, constitué de plusieurs unités :** soit en fractionnant toutes les unités, soit si possible en commençant par distribuer des unités.

Comprendre la nouvelle convention de l'écriture fractionnaire : deux nombres entiers l'un au-dessus de l'autre, séparés par un trait de fraction :
- Le **dénominateur** (au-dessous) indique le nombre de parts égales du partage (3 enfants → partage en 3, 4 enfants → partage en 4).
- Le **numérateur** (au-dessus) indique le nombre de parts choisies (1 part sur trois, 1 part sur quatre).

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

Cette nouvelle écriture s'appelle une **fraction** qui vient du latin *fractio* qui signifie « action de briser ». Elle représente une entité à elle toute seule, c'est bien un nouveau nombre.

Comprendre que le nombre peut-être désigné de différentes façons :

- **en chiffres** : écriture fractionnaire : $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{4}$
- **sous la forme d'une somme :** $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
- **sous la forme d'un produit :** $\frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$; $\frac{4}{4} = 4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
- **en décomposant la fraction avec sa partie entière :** $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$
- **en mots :**

- un demi : une partie d'un tout partagé en deux parties égales ;
- un tiers : une partie d'un tout partagé en trois parties égales ;
- un quart : une partie d'un tout partagé en quatre parties égales.

• *Ce que l'élève doit traduire en langage mathématique*

A $\frac{1}{4}$ de baguette.

B $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ **ou** $1 + \frac{1}{3}$.

TABLEAU DE SUIVI individuel Nombres

Nom et prénom : .....

J'écris les n° des exercices, des problèmes que j'ai faits.

LES ENTIERS	Gammes d'exercices	Problèmes
• Les nombres entiers jusqu'à 9 999		
• Comparer les nombres entiers jusqu'à 9 999		
• Les nombres entiers jusqu'à 999 999		
• Comparer les nombres entiers jusqu'à 999 999		
LES FRACTIONS	**Gammes d'exercices**	**Problèmes**
• Les fractions simples		
• Les fractions décimales		
LES DÉCIMAUX	**Gammes d'exercices**	**Problèmes**
• L'écriture à virgule		
• Comparer les nombres décimaux		

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

TABLEAU DE SUIVI individuel Calculs

Nom et prénom : .....

J'écris les n° des exercices, des problèmes que j'ai faits.

LES ENTIERS	Gammes d'exercices	Problèmes
• Sommes		
• Différences		
• Produits		
• Quotients		
LES DÉCIMAUX	**Gammes d'exercices**	**Problèmes**
• Sommes		
• Différences		

TABLEAU DE SUIVI individuel Sens des opérations

Nom et prénom : .....

J'écris les n° des exercices, des problèmes que j'ai faits.

	Problèmes Niveau 1	Problèmes Niveau 2
• Relation partie-tout		
• Transformation (1)		
• Comparaison (1) / De plus, de moins		
• Situation initiale		
• Transformation (2)		
• Transformation (3)		
Festival de problèmes Niveau 3		

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed

TABLEAU DE SUIVI individuel Sens des opérations

Nom et prénom : .....

J'écris les n° des exercices, des problèmes que j'ai faits.

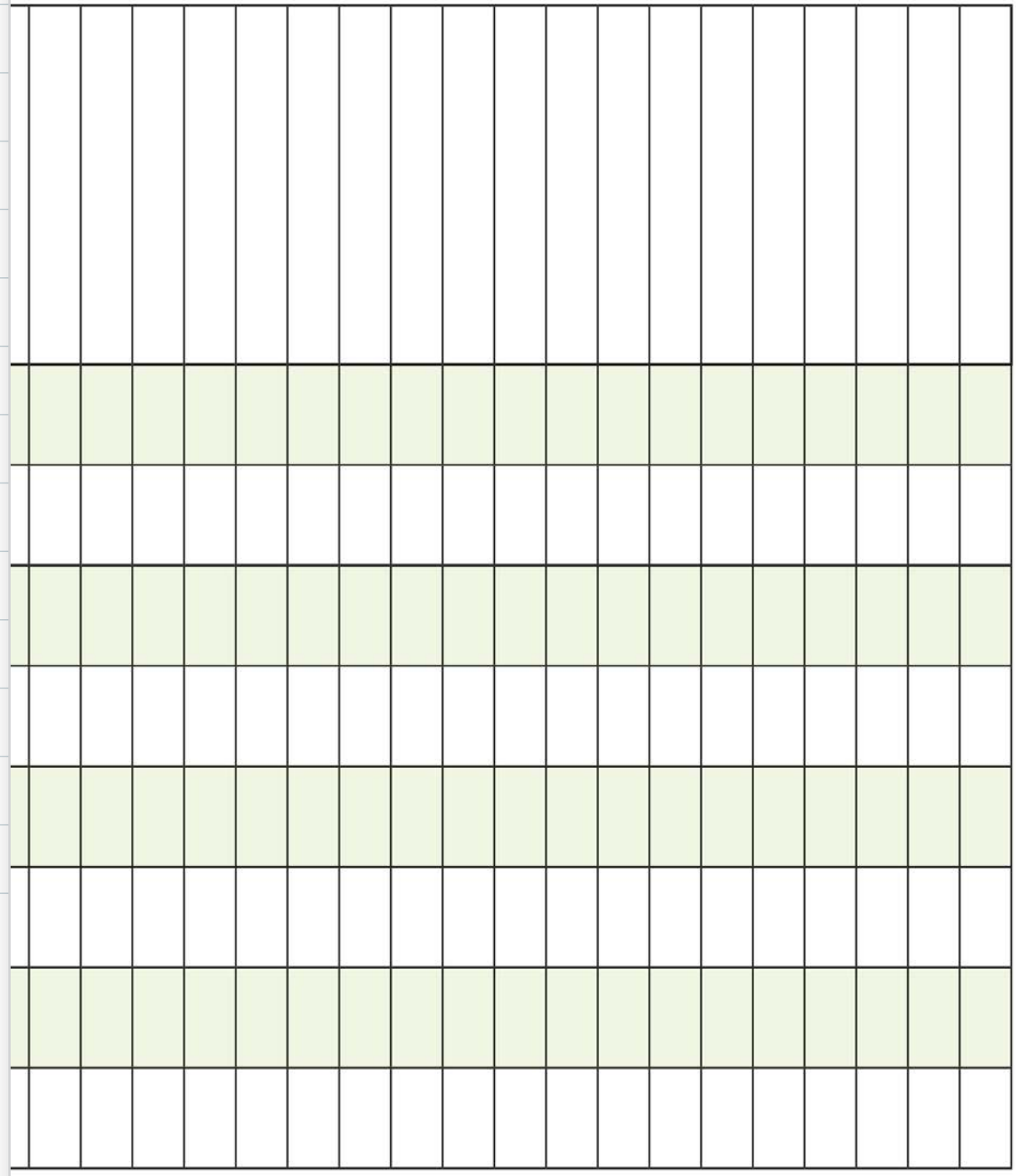
	Problèmes Niveau 1	Problèmes Niveau 2
• La présentation rectangulaire ou opération réitérée		
• Comparaison (2) / Fois plus		
• Produit cartésien / Combinatoire		
• Partages / Groupements		
• Proportionnalité		
Festival de problèmes Niveau 3		

TABLEAU DE SUIVI collectif (à agrandir)

Nombres entiers

Séries		Nom de l'élève										
• Les nombres jusqu'à 9 999	Gammes d'exercices											
	Problèmes											
• Comparer les nombres jusqu'à 9 999	Gammes d'exercices											
	Problèmes											
• Les nombres jusqu'à 999 999	Gammes d'exercices											
	Problèmes											
• Comparer les nombres jusqu'à 999 999	Gammes d'exercices											
	Problèmes											

Réf. F16085 – *Problèmes !* • *Nombres et calculs* • *CM1* © Éditions Sed



Les nombres entiers jusqu'à 9 999

NOMBRES • Problèmes

23. Je résous les problèmes A et B. Je commence par celui qui est le plus facile pour moi.

A *Les gâteaux*

Le centre de vacances a dans sa réserve 20 paquets de 10 gâteaux chacun.

Combien y a-t-il de gâteaux dans la réserve ?

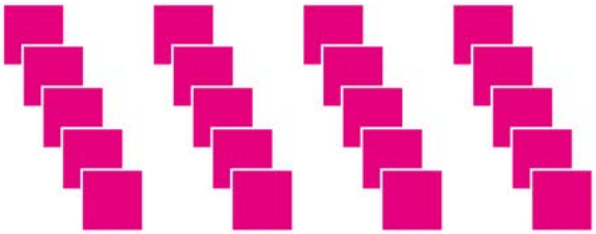
20 paquets de 10 gâteaux chacun

B *Les craies*

Combien de craies ont été utilisées ?

L'association « Les artistes en herbe* » a utilisé 20 boites de 10 craies chacune.

* *Ce sont des artistes débutants.*



20 boites de 10 craies chacune

Comparer les nombres entiers jusqu'à 9 999

NOMBRES • Gammes d'exercices

31. Je range les nombres dans l'ordre croissant.

6 230 2 360 236 6 320 632

32. Je remplace chaque ☐ par le même chiffre pour que les nombres soient rangés en ordre.

4 500 4 51☐ 4 ☐20 4 6☐6 ☐780

33. Je complète les suites de Max, Zoé et Lou.

Max : 5 370	5 480	…	…	…
Zoé : 2 070	2 080	…	…	…
Lou : 1 980	1 990	…	…	…

34. J'écris tous les nombres de quatre chiffres possibles avec : 0 0 7 8. Je range ces nombres en ordre décroissant.

35. Je range les lettres des cartes nombres dans l'ordre croissant.

3 milliers 20 centaines **A**	7 centaines 2 dizaines 5 unités **B**	35 centaines **C**
3 milliers 4 dizaines **D**	3 milliers 6 unités **E**	

Les nombres entiers jusqu'à 999 999

NOMBRES • Gammes d'exercices

52 53 54

52 J'écris les nombres en chiffres.

A 15 milliers = ...
B 20 dizaines de milliers = ...
C 3 dizaines de milliers et 18 milliers = ...
D 12 milliers et 35 centaines = ...
E 43 milliers et 5 dizaines = ...
F 100 centaines et 9 unités = ...
G 70 204 dizaines = ...

53 Je complète.

A 40 080 c'est 4 ..... et 8 .....
B 40 080 c'est 40 ..... et 80 .....
C 40 080 c'est 400 ..... et 80 .....
D 40 080 c'est 4 008 .....

54 Je recopie seulement les écritures qui désignent le même nombre.

A 100 000 + 3 000 + 9
B 10 309
C 1 dizaine de mille et 309 unités
D 9 + 300 + 10 000
E (1 × 100 000) + (3 × 10) + 9
F (3 × 100) + (1 × 10 000) + 9
G (1 × 100 000) + (3 × 100) + 9
H (10 × 1 000) + 9 + (3 × 100)
I 193 000

Comparer les nombres entiers jusqu'à 999 999

NOMBRES • Problèmes

66

66 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Les marathons*

En 2017, on compte environ 57 milliers de participants au marathon de Paris.

On compte environ 5 000 dizaines de participants au marathon de New York.

Quel est le marathon qui compte le plus de participants ? Je justifie ma réponse.

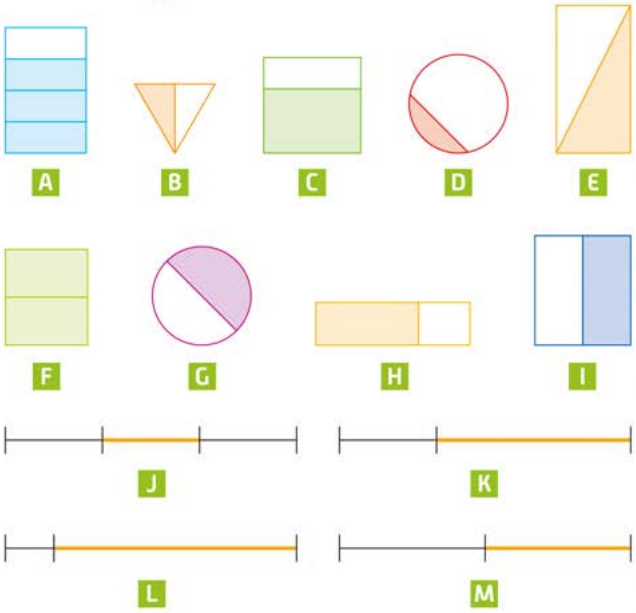
B *Les ours bruns*

La population totale des ours bruns est estimée à environ :

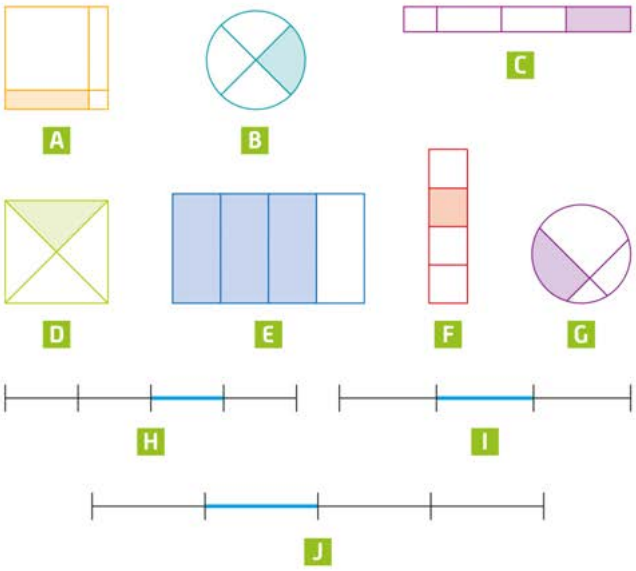
- 12 dizaines de milliers en Russie ;
- 325 centaines aux États-Unis ;
- 2 175 dizaines au Canada ;
- 18 milliers dans d'autres pays.

J'écris les nombres en chiffres.
Où trouve-t-on le plus d'ours bruns ?
Où trouve-t-on le moins d'ours bruns ?

67. Sur quelles représentations Bob a-t-il colorié $\frac{1}{2}$?



68. Sur quelles représentations Zoé a-t-elle colorié $\frac{1}{4}$?



90. Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Le cocktail de jus de fruits*

Lou a acheté des bouteilles de jus de pomme, de jus d'ananas et de jus d'orange.

Elle souhaite préparer 24 verres.

Ingrédients pour 8 verres

- $\frac{1}{4}$ de litre de jus de pomme
- $\frac{1}{2}$ litre de jus d'orange
- $\frac{1}{3}$ litre de jus d'ananas

Combien Lou doit-elle acheter :

❶ de litres de jus de pomme ?

❷ de litres de jus d'orange ?

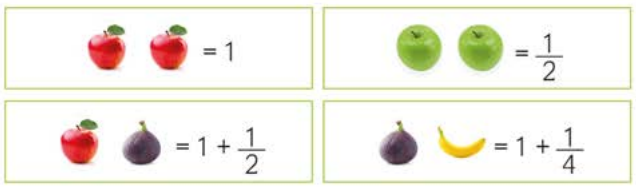
❸ de litres de jus d'ananas ?

B *Les devinettes de Fatou*

Fatou a remplacé les fractions et les nombres entiers par des fruits.

❶ **Quelle est la valeur de chaque fruit ?**

❷ **Je complète les égalités.**



a. = ☐

b. = ☐

c. = ☐

d. = ☐

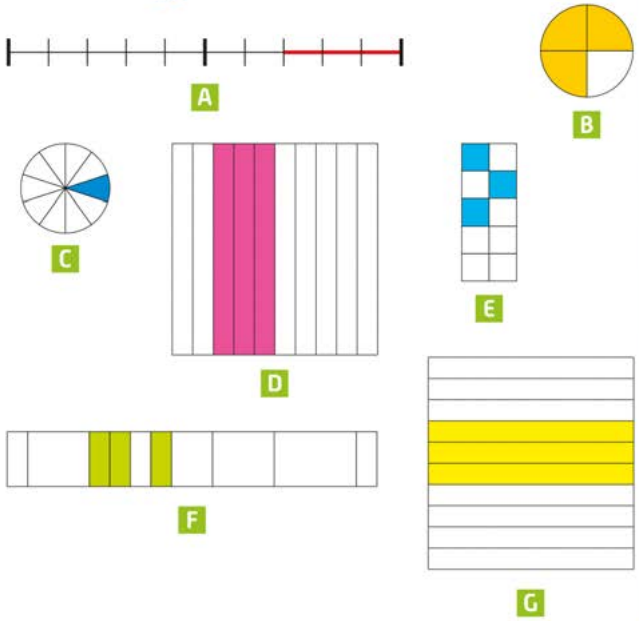
Les fractions décimales

NOMBRES • Gammes d'exercices

91 92

91.

Sur quelles représentations Éliott a-t-il colorié $\frac{3}{10}$?



92.

Quelle surface Zoé a-t-elle coloriée ? J'écris l'aire de la surface coloriée sous la forme d'une fraction.

Comparer les nombres décimaux

NOMBRES • Gammes d'exercices

149 150 151

149.

Je range chaque série de nombres dans l'ordre croissant.

A 21,40 14,02 201,4 0,21 2,01 24,1

B 53,07 53,7 53 5,30 5,06

150.

Zoé a préparé quatre cartes, elles doivent toutes être utilisées.

1	5	2	,

A **J'écris** le nombre le plus petit.

B **J'écris** le nombre le plus grand.

C **J'écris** tous les nombres compris entre 10 et 20 et **je** les **range** dans un ordre que je choisis (en ordre croissant ou décroissant).

151.

Je range les données en ordre décroissant : des aliments les plus au moins consommés*.

$6 + \frac{80}{100}$

20,4

11,8

$4 + \frac{8}{10}$

trente-huit dixièmes

$\frac{155}{10}$

** Pourcentage des aliments consommés par les Français en 2014. Source Insee.*

Calcul de sommes de nombres entiers

CALCULS • Gammes d'exercices

165 166 167 168 169

165 Je calcule avec les unités de numération.

Ex. : 1 450 + 382 = 14 c + 5 d + 3 c + 8 d + 2 u
= 17 c + 13 d + 2 u = 17 c + 1 c + 3 d + 2 u
= 18 c + 3 d + 2 u = 1 832

A 593 + 235 **B** 27 + 532 **C** 8 054 + 1 245

166 Je trouve l'ordre de grandeur du résultat, puis je calcule les sommes.

A

	8	5	6
+	1	3	7
	.	.	.

B

	3	7	4
+	4	8	9
	.	.	.

C

	7	0	6
+		8	6
	.	.	.

D

	2	0	8	7
+	1	9	2	3
	.	.	.	.

E

	3	1	8	7
+		6	5	9
	.	.	.	.

167 Je trouve l'ordre de grandeur du résultat.

Ex. : 428 + 259 = ?
400 + 300 = 700 alors 428 + 259 ≈ 700

A 68 + 34 ≈ ? **B** 593 + 25 ≈ ? **C** 714 + 278 ≈ ?

168 Je trouve l'ordre de grandeur du résultat, puis je calcule les sommes en colonnes.

A 729 + 405 **B** 806 + 76 **C** 3 187 + 659

169 Je trouve l'ordre de grandeur du résultat, puis je calcule avec les procédures de mon choix.

A 3 080 + 19 **C** 584 + 248 **E** 6 237 + 2 895
B 250 + 260 **D** 726 + 58 **F** 6 000 + 95

Calcul de sommes de nombres entiers

CALCULS • Problèmes

170

170 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Les achats de matériel*

Le centre de loisirs dispose d'un budget de 600 €.

Peut-il acheter les deux articles ? Je trouve la réponse sans poser l'opération. Je justifie ma réponse.

254 €

312 €

B *Les devinettes de Sacha*

Sacha a remplacé des chiffres par des figures.

Je remplace chaque figure par sa valeur.

❶

	2	■	7	3
+		6	▲	8
	⬢	2	2	1

❷

	6	●	4	9
+	1	5	6	■
	7	6	★	1

C *L'invention du cinéma*

En 1895, les frères Lumière inventent le cinéma ; les films sont muets et en noir et blanc.

32 ans plus tard, l'Américain A. Crosland réalise le premier film parlant, c'est 8 ans avant le premier film tourné en couleurs.

❶ **En quelle année le premier film parlant est-il sorti ?**

❷ **En quelle année le premier film en couleurs est-il sorti ?**

Auguste et Louis Lumière

Le Chanteur de jazz, *premier film parlant*

Calcul de différences de nombres entiers

CALCULS • Gammes d'exercices

171 172 173 174

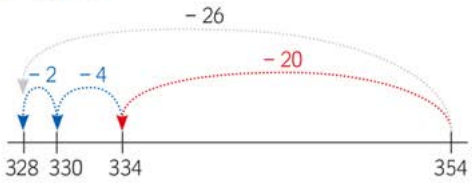
171 Je calcule en écoutant les différences.

A 96 – 16 C 78 – 18 E 570 – 60

B 2 957 – 57 D 8 036 – 30 F 4 393 – 13

172 Je calcule avec les dizaines entières.

Ex. : 354 – 26 = ?



Ex. : 354 – 26 = 354 – 20 – 6
= 334 – 4 – 2
= 330 – 2 = 328

A 672 – 36 B 3 467 – 532 C 805 – 246

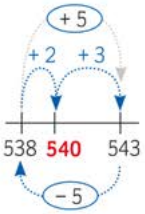
173 J'utilise les dizaines entières pour calculer.

Ex. : 543 – 538 = 5

A 604 – 596

B 815 – 798

C 507 – 495



174 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 542 – 186 = 356

542 – 186 = 356

A 872 – 267 B 543 – 358 C 901 – 638

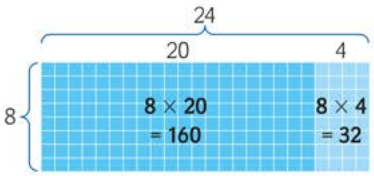
Calcul de produits de nombres entiers

CALCULS • Gammes d'exercices

185 186 187

185 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 24 × 8 = ?



24 × 8 = (20 × 8) + (8 × 4)
= 160 + 32 = 192

A 45 × 6 B 39 × 4 C 71 × 9 D 96 × 7

187 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 23 × 18 = ?

18	23	20	3
10		200	30
8		160	24

23 × 18
= 200 + 160 + 24 + 30
= 414

508 × 43 = ?

43	508	500	8
4		2 000	32
3		1 500	24

508 × 43
= 2 000 + 1 500 + 32 + 24
= 3 556

A 36 × 24 B 54 × 42 C 906 × 57 D 725 × 63

186 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 23 × 18 = ? [(20 × 10) + (3 × 10)] + [(20 × 8) + (3 × 8)]
200 + 30 + 160 + 24 = 414

A 27 × 15 C 48 × 24 E 52 × 17

B 75 × 36 D 64 × 46 F 96 × 58

Calcul de quotients de nombres entiers

CALCULS • Gammes d'exercices

197 198 199 200

197 Je calcule.

A 8 : 4	E 24 : 6	I 90 : 3
B 80 : 4	F 240 : 6	J 100 : 5
C 800 : 4	G 2 400 : 6	K 420 : 7
D 8 000 : 4	H 24 000 : 6	L 5 400 : 9

198 Je calcule.

Ex. : 78 : 3 = (**60** : 3) + (**18** : 3) = 26
8**92** : 2 = (800 : 2) + (**80** : 2) + (**12** : 2) = 446

A **74** : 2	D **75** : 5	G **76** : 4
B **95** : 5	E **92** : 2	H **96** : 8
C 6**78** : 2	F 9**72** : 6	I 3**95** : 5

199 Je calcule.

A 400 : 1	E 5 000 : 1 000
B 400 : 10	F 5 000 : 100
C 7 000 : 1	G 5 000 : 10
D 7 000 : 10	H 3 000 : 100

200 Je décompose le dividende pour calculer.

Ex. : 86 : 2 = (80 : 2) + (6 : 2) = 43
616 : 4 = (600 : 4) + (16 : 4) = 154

A 58 : 2	D 64 : 4	G 39 : 3
B 325 : 5	E 128 : 8	H 549 : 9
C 75 : 5	F 650 : 5	I 756 : 7

Calcul de sommes de nombres décimaux

CALCULS • Problèmes

216

216 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *La gourde de Max*

La gourde de Max peut contenir 0,8 litre d'eau. Il verse trois verres d'eau de 0,2 litre chacun.

Max a-t-il rempli entièrement sa gourde ? Je justifie ma réponse.

0,8 litre maximun

0,2 litre

B *Le pèse-personne*

Lou pèse 12,6 kg et sa cousine 9,8 kg. Elles montent ensemble sur le pèse-personne.

Quelle masse s'affiche sur le pèse-personne ?

C *L'entrainement du marathonien**

Le marathonien court le mardi 12,50 km, le jeudi 9,7 km et le dimanche autant que le mardi et le jeudi réunis.

Quelle distance parcourt-il en trois jours ?

** Personne qui court le marathon, c'est une épreuve de course à pied de grand fond, sur une distance de 42,195 km.*

D *Les devinettes de Bob*

Bob a remplacé des chiffres par des figures.

Je remplace chaque figure par sa valeur.

❶ ● , 5 + 1 , ▲ = 8 , 4

❷ 0 , ★ + ● , 8 = ★ , 2

❸ 3 6 , ⬢ 2 + ● , 3 ■ = ★ 5 , 5 0

Calcul de différences de nombres décimaux

CALCULS • Gammes d'exercices

219 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : $1{,}6 - 0{,}9 = \frac{16}{10} - \frac{9}{10} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

A 0,6 – 0,4 **C** 0,8 – 0,3 **E** 0,9 – 0,5

B 1,5 – 0,7 **D** 5,4 – 0,6 **F** 7,1 – 0,3

220 Quel est le résultat le plus proche parmi ceux proposés ?

A **6,4 – 1,9 = ?**

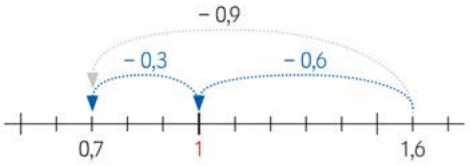
❶ 19
❷ 64
❸ 4

B **25,5 – 10,1 = ?**

❶ 35
❷ 15
❸ 9

221 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 1,6 – 0,9 = ?



1,6 – 0,9 = 1,6 – 0,6 – 0,3
= 1 – 0,3 = 0,7

A 1,4 – 0,8 **C** 1,2 – 0,9 **E** 6,9 – 0,8

B 8,5 – 0,7 **D** 4,3 – 0,8 **F** 3,6 – 0,5

222 Je calcule avec la procédure de mon choix.

A 1,7 – 0,8 **C** 6,2 – 0,7 **E** 5,9 – 0,6

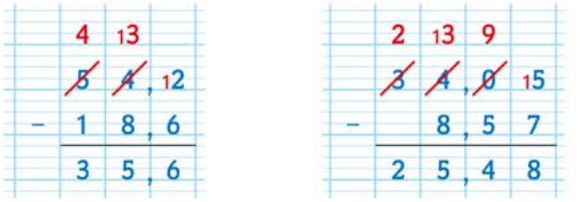
B 10,5 – 0,2 **D** 0,7 – 0,2 **F** 9,6 – 0,9

Calcul de différences de nombres décimaux

CALCULS • Gammes d'exercices

223 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 54,2 – 18,6 = ? 34,05 – 8,57 = ?



A 5 3,5 – 1 2,6

C 4 8,7 – 0,9

E 1 5,0 4 – 0,6 8

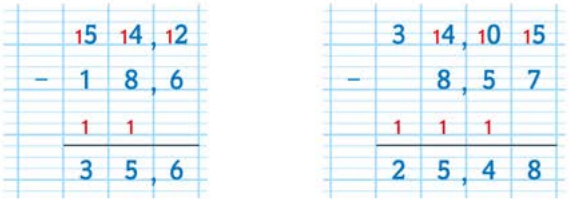
B 2 0,3 – 1 4,7

D 3 0 5,8 6 – 7 2,4 0

F 7,0 – 2,5

224 Je calcule comme dans l'exemple.

Ex. : 54,2 – 18,6 = ? 34,05 – 8,57 = ?



A 5 4,9 2 – 2 1,8 6

C 6 3,1 9 – 1 1,8

E 3 5,0 0 – 1 6,4

B 4 6,3 – 8,7 5

D 6 0,0 4 – 1 3,7

F 8 6,0 5 – 4,0 7

235 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Le théâtre Mogador*

Quel est le nombre de places au balcon ?

Le théâtre Mogador peut accueillir 1 600 personnes sur trois étages : des places au balcon, 400 places en orchestre et 400 places en corbeille.

B *Le chemin*

Un chemin mesure 2 400 m en tout :
800 m de descente, une côte et 800 m de plat.

Quelle est la longueur de la côte ?

C *Les oiseaux migrateurs*

Combien de rouges-queues noirs reviennent sur leur territoire ?

À partir de la fin février, 5 630 oiseaux migrateurs* commencent à revenir sur leur territoire :
2 100 bergeronnettes grises, des rouges-queues noirs et 3 000 grives.

** Oiseaux qui voyagent en fonction des saisons.*

bergeronnette

rouge-queue noir

grive

236 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Au supermarché*

Combien le supermarché reçoit-il de cartons le mercredi ?

Le supermarché a commandé 7 600 boites de conserve emballées par cartons de 100. Il reçoit 30 cartons le mardi et la fin de la commande le mercredi.

B *La livraison*

Le transporteur livre 5 630 kg de marchandises : 210 cagettes de poires de 10 kg chacune, des bananes et 30 caisses de pommes de 100 kg chacune.

Quelle est la masse de bananes livrées ?

C *Le meuble*

Quel est le prix du meuble ?

La ludothèque* a acheté 35 jeux de société à 23 € chacun et un meuble.
La ludothèque a dépensé 2 055 € au total.

** Lieu où l'on peut emprunter des jeux.*

D *La clôture*

L'agriculteur a besoin de 480 m de grillage pour clôturer son champ. Le grillage est vendu par rouleaux de 10 m. Il utilise 22 rouleaux le premier jour et finit la clôture le second jour.

Combien l'agriculteur a-t-il utilisé de rouleaux le second jour ?

Comparaison [1] De plus / De moins

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 2

252

252

Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Le repas des mammifères marins*

Quel est l'animal qui a mangé le plus de poissons au bout d'une semaine ? Combien de poissons de plus ?

L'otarie mange 15 kg de poissons par jour.
Le dauphin mange 7 kg de poissons par jour.

B *Les feutres*

La classe de CP a 18 pochettes de 10 feutres.
La classe de CE1 a 5 pochettes de plus.

Combien la classe de CE1 a-t-elle de feutres ?

C *Le sommeil des animaux*

Combien de temps la girafe dort-elle en un mois de 30 jours ?

Le guépard dort 12 heures par jour.
En un mois, la girafe dort 300 heures de moins que le guépard.

D *Le trajet*

Zoé a effectué trois trajets de 160 km chacun.
Bob, lui, a effectué quatre trajets de 80 km chacun.

Qui a effectué le moins de kilomètres ?
Combien de kilomètres de moins ?

Situation initiale

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 1

257

257

Je résous les problèmes A et B. Je commence par celui qui est le plus facile pour moi.

A *L'ours brun*

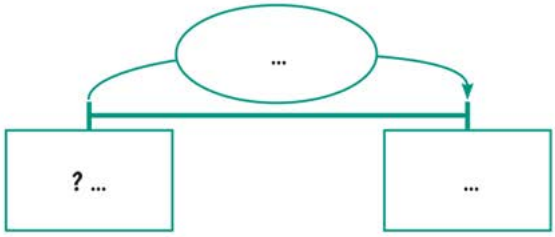
Le repos hivernal de l'ours brun commence avec les premières neiges. Durant l'hivernation, il perd 180 kg. À la fin de l'hivernation, il ne pèse plus que 420 kg.

Combien l'ours brun pesait-il avant l'hivernation ?

B *La croisière*

Combien y avait-il de passagers à bord avant la première escale ?

Les vacanciers sont en croisière à bord d'un bateau.
À la première escale, 180 passagers descendent.
Le bateau poursuit sa croisière avec encore 420 passagers à bord.



Produit cartésien / Combinatoire

293

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 1

293 Je résous les problèmes A et B. Je commence par celui qui est le plus facile pour moi.

A *Chez le chapelier**

Combien le chapelier peut-il faire de chapeaux différents ?

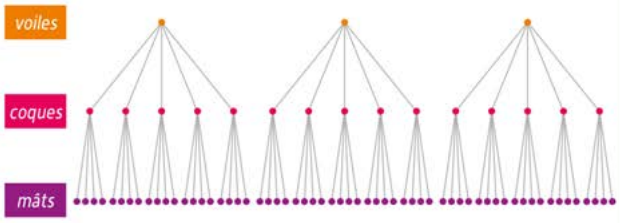
Le chapelier propose 3 formes de chapeaux différentes, 5 sortes de plumes différentes et 4 rubans différents.

* *Personne qui fait ou vend des chapeaux.*

B *Les maquettes de Paco*

Paco a 3 voiles différentes, 5 coques de bateau différentes et 4 mâts différents.

Combien Paco peut-il construire de bateaux différents ?



Partages / Groupements

301

SENS DES OPÉRATIONS • Problèmes niveau 2

301 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Les bolées de jus de pomme*

Combien Bob a-t-il rempli de bolées ?

Bob a acheté quatre bouteilles de jus de pomme de 75 cL chacune.
Il verse tout le jus de pomme dans des bolées de 20 cL chacune.

B *Les ballons gonflables*

Les animateurs prennent deux sacs de 20 ballons gonflables dans la réserve.
Ils donnent quatre ballons à chaque groupe d'enfants.

Combien y a-t-il de groupes d'enfants ?

C *Les plaquettes de beurre*

Combien pèse une plaquette de beurre en grammes ?

Le laitier prend une motte de beurre de 2 kg et fabrique huit plaquettes de beurre toutes identiques.

une motte de beurre

D *Le roman*

Nina lit un roman de 180 pages en 15 jours.
Elle lit la même quantité de pages chaque jour.

Combien Nina lit-elle de pages par jour ?

324 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *Les thés*

Combien Bob a-t-il préparé de thés Oolong ?

Bob a préparé des thés les uns après les autres.
Il a mis 50 minutes en tout pour préparer 6 thés verts, 4 thés noirs et des thés Oolong.

Le temps d'infusion de chaque thé est de :
- 1 minute pour le thé vert ;
- 3 minutes pour le thé noir ;
- 4 minutes pour le thé Oolong.

thé vert

thé noir

thé Oolong

B *Le pot de confiture*

Quelle est la masse du contenu du pot de confiture avant l'ouverture du pot ?

Sacha a ouvert un pot de confiture.
Tous les jours, il prend trois cuillères de confiture au petit déjeuner et deux pour le gouter.
On sait qu'une cuillère contient 8 g de confiture.
Au bout d'une semaine, il reste 90 g dans le pot.

C *À la piscine*

La tenue exigée pour la piscine comprend : un bonnet de bain et un maillot de bain.
Pour chaque vêtement, il y a 5 couleurs différentes.

Est-ce que les 29 élèves du CM1 pourraient avoir chacun une tenue différente ?
Je justifie ma réponse.

326 Je résous les problèmes dans l'ordre de mon choix.

A *La fête de la châtaigne*

Combien Bob, Tom et Lou ont-ils acheté de pots chacun ?

À la fête de la châtaigne, le castanéiculteur* vend des pots de confiture de châtaigne par lots ou à l'unité.
Bob a acheté des lots, il a dépensé 64 €.
Tom a acheté les pots à l'unité, il a dépensé 40 €.
Lou a acheté 12 pots : des pots par lot et des pots à l'unité. Elle a dépensé 52 € en tout.

** Producteur de châtaignes.*

le lot de 6 pots
16 €

5 €

B *La récolte des châtaignes*

❶ Combien Zoé a-t-elle récolté de bogues ?

Zoé a récolté 864 châtaignes.
Chaque bogue contient 3 châtaignes.

❷ Quelle quantité de farine obtiendra-t-elle grâce à sa récolte ?

Zoé transforme les châtaignes en farine pour cuisiner des desserts. Elle obtient 8 g de farine par châtaigne.

châtaignes

farine de châtaigne

NOMBRES

51

A (4 × 100 000) + (5 × 10 000) + (6 × 100) + 2

B (3 × 10 000) + 7

C (4 × 100 000) + (5 × 10)

52

A 15 000

B 200 000

C 48 000

D 15 500

E 43 050

F 10 009

G 702 040

53

A 4 dizaines de milliers et 8 dizaines

B 40 milliers et 80 unités

C 400 centaines et 80 unités

D 4 008 dizaines

54

B C D F : 10 309

Réf. 16085 - *Problèmes ! Nombres et calculs • CM1* © Éditions Sed

CALCULS

165

A 5c + 9d + 3u + 2c + 3d + 5u = 8c + 2d + 8u = 828

B 2d + 7u + 5c + 3d + 2u = 5c + 5d + 9u = 559

C 8m + 5d + 4u + 1m + 2c + 4d + 5u = 9m + 2c + 9d + 9u = 9 299

166

A env. 1 000 ; exact 993

B env. 850 ; exact 863

C env. 800 ; exact 792

D env. 4 000 ; exact 4 010

E env. 3 800 ; exact 3 846

167

A env. 100

B env. 600

C env. 1 000

168

A env. 1 100 ; exact 1 134

B env. 900 ; exact 882

C env. 3 800 ; exact 3 846

Réf. 16085 - *Problèmes ! Nombres et calculs • CM1* © Éditions Sed

SENS DES OPÉRATIONS

232

A 30 − 9 − 5 = 16
Les cahiers coutent 16 €.

B 30 − 9 − 5 = 16
Bob ramasse 16 carottes.

233

A 720 − 240 − 280 = 200
La 3e étape mesure 200 km.

B 720 − 240 − 280 = 200
200 personnes sont venues le 3e jour.

234

A 120 − 35 − 57 = 28
Léo a 28 ans.

B 120 − 35 − 57 = 28
28 élèves assistent au concert.

235

A 1 600 − 400 − 400 = 800
Le balcon compte 800 places.

B 2 400 − 800 − 800 = 800
La côte mesure 800 m.

C 5 630 − 2 100 − 3 000 = 530
530 rouges-queues noirs reviennent.

Réf. 16085 - *Problèmes ! Nombres et calculs • CM1* © Éditions Sed